

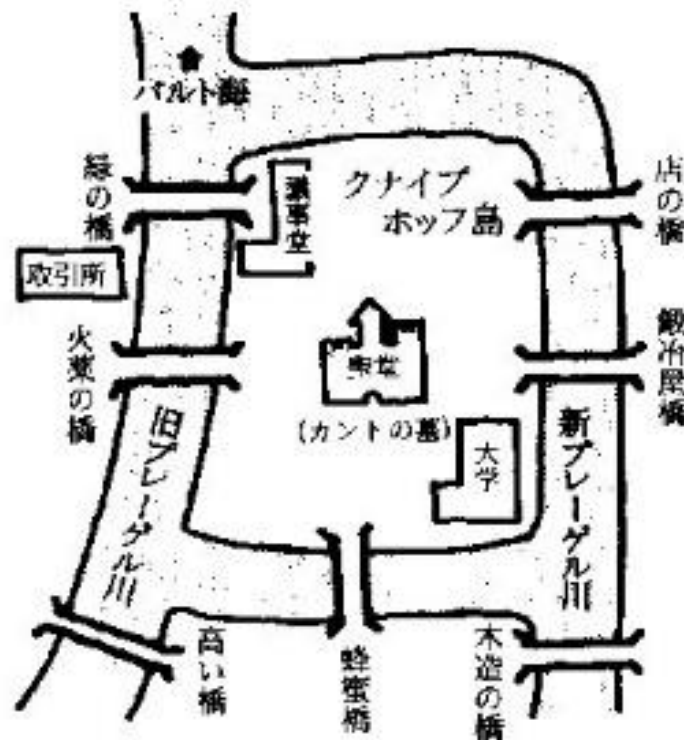
グラフを用いた問題解決

一筆書から経路探索へ

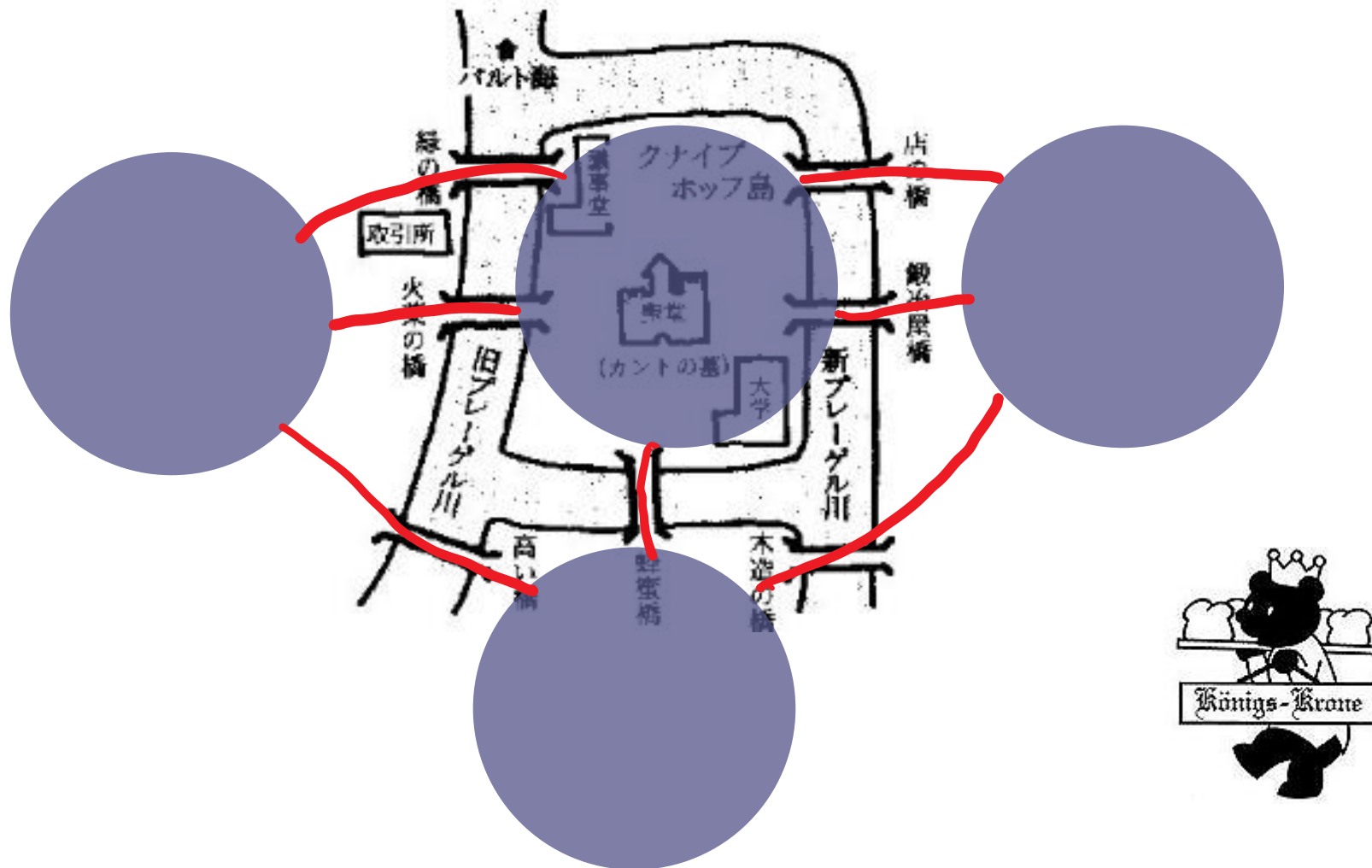


ケーニヒスベルクの問題

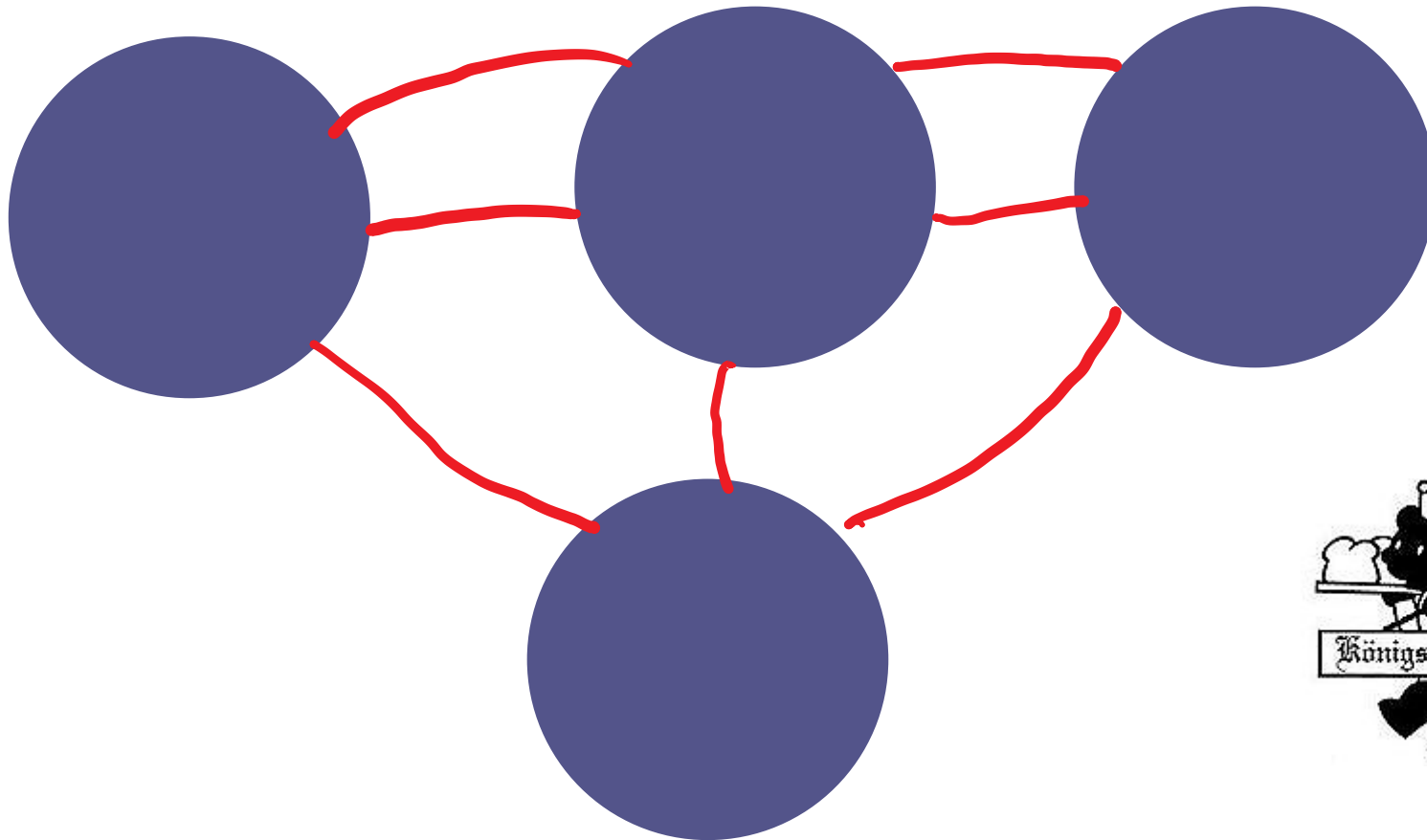
- このプレーゲル川に架かっている7つの橋を2度通らずに全て渡って、元の所に帰ってくることができるか。
ただし、どこから出発してもよい。



グラフへの置き換え

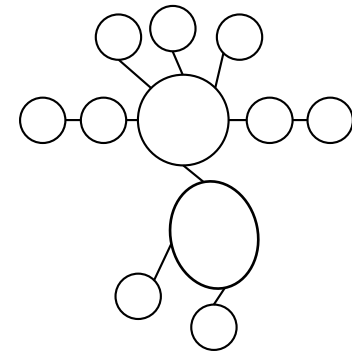
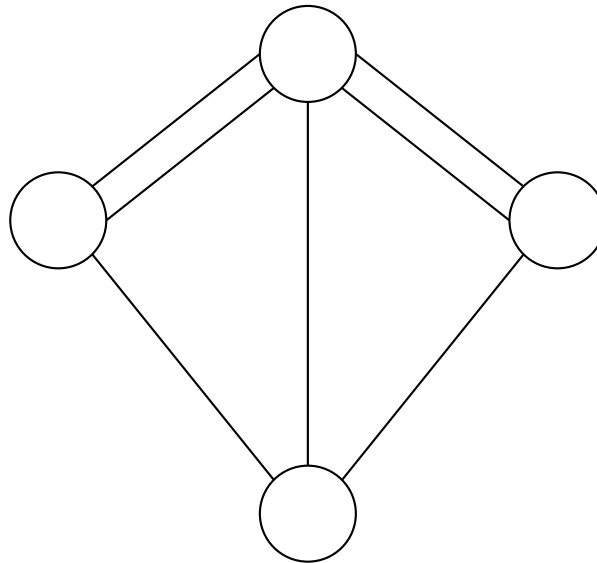


グラフへの置き換え



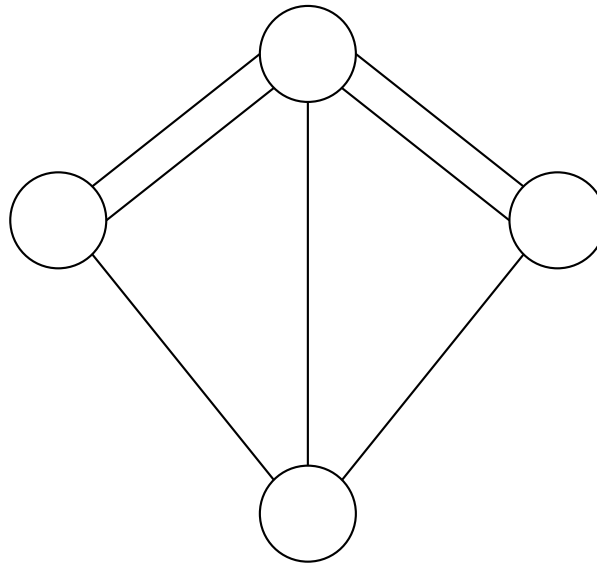
グラフへの置き換え

- どこか一つの頂点から出発し、すべての**辺を一度ずつ**通って**もとの場所に戻る**ルート = **オイラー閉路** は存在するか？

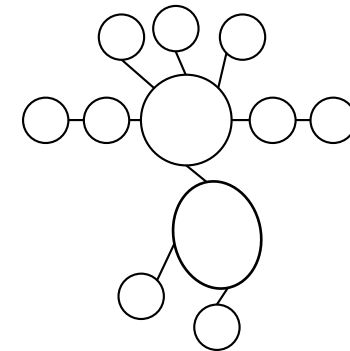


グラフへの置き換え

- どこか一つの頂点から出発し、
すべての辺を一度ずつ通ってもとの場所に戻るルート
= **オイラー閉路** は存在するか？



➡ **存在しない**



オイラー路・オイラー閉路

- オイラー路

(すべての辺を一度ずつ通るルート)

→ 奇数本の辺が出ている頂点がちょうど2つならば**存在する**

- オイラー閉路

(すべての辺を一度ずつ通って出発点に戻るルート)

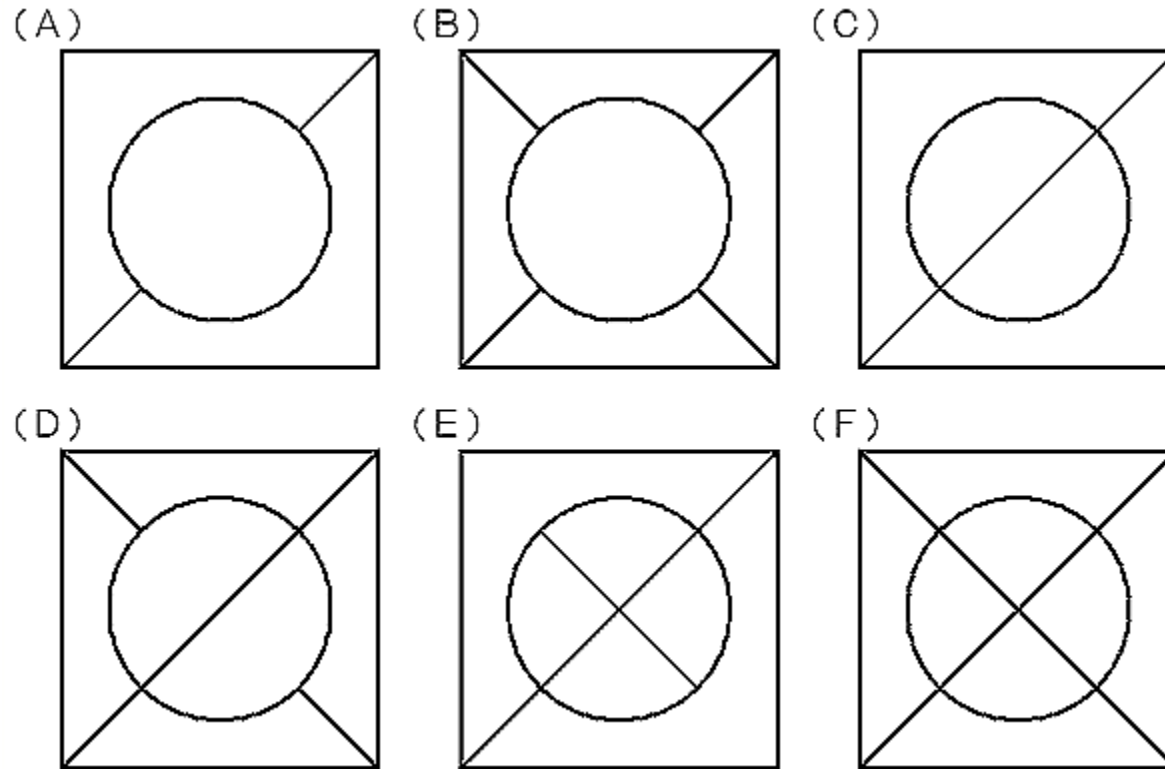
→ すべての頂点から偶数本の辺が出ていれば**存在する**



オイラーの定理

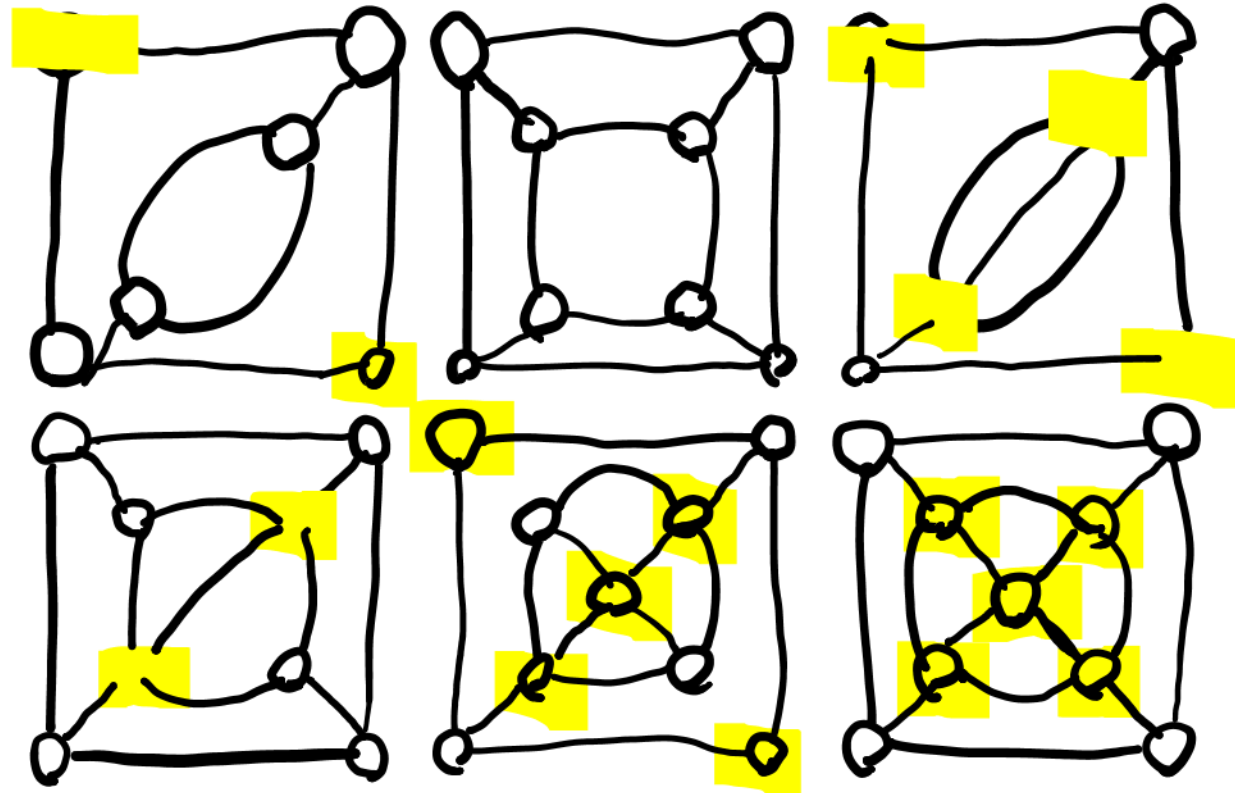
一筆書きの問題

- 次の(A)から(E)までの絵はそれぞれ一筆書き可能か。



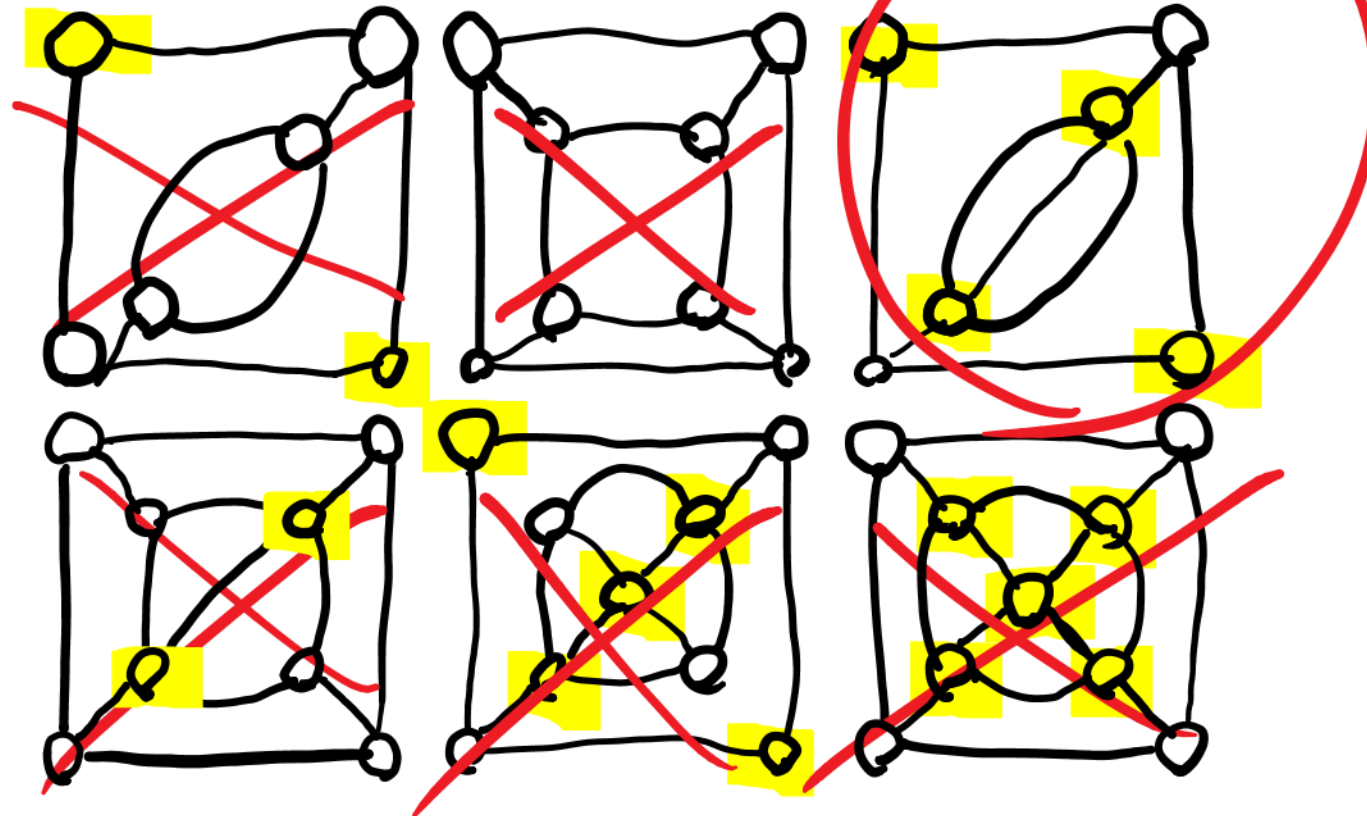
一筆書きの問題

...偶数本の辺が出ている頂点



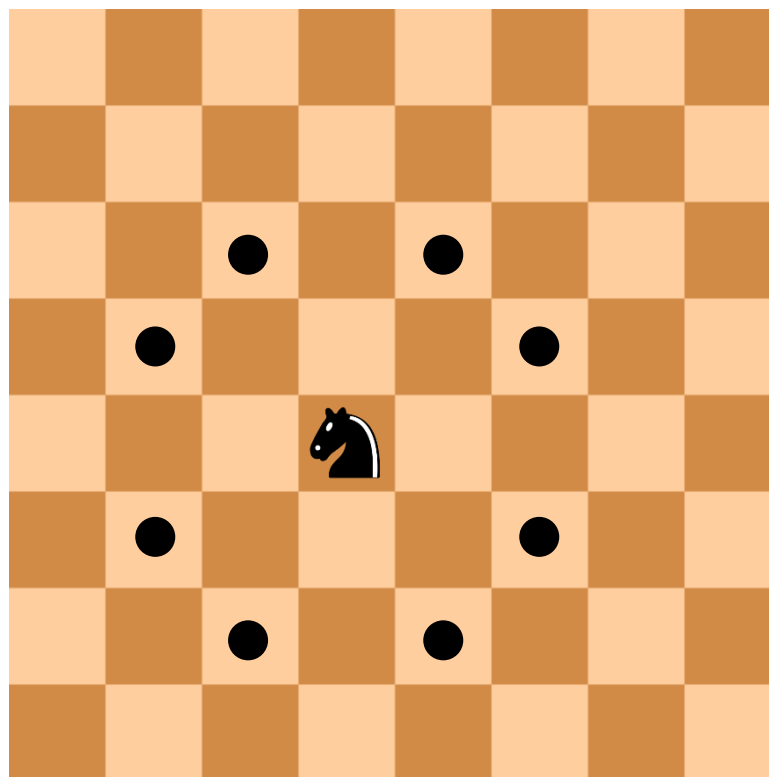
一筆書きの問題

...偶数本の辺が出ている頂点



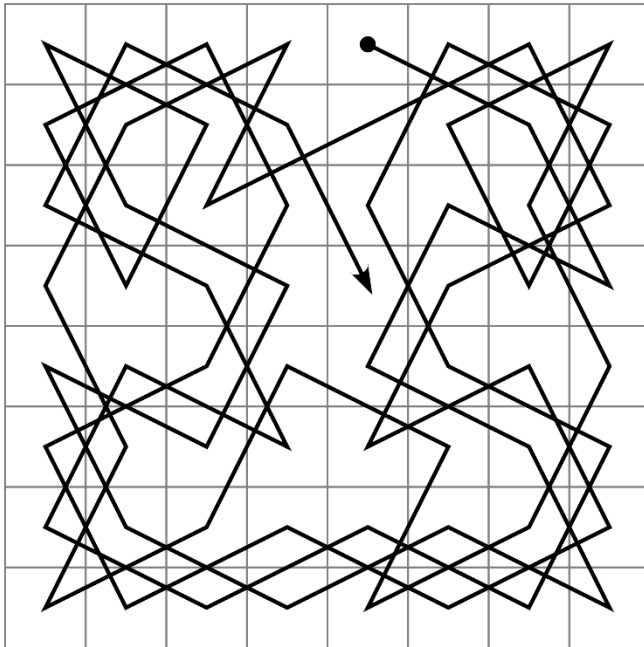
ナイト・ツアー

- 下図のチェス盤上で、ナイトはすべてのマスを一度ずつ通るルートは存在するか？
また、すべてのマスを一度ずつ通ってもとの位置に戻ってくるルートは存在するか？

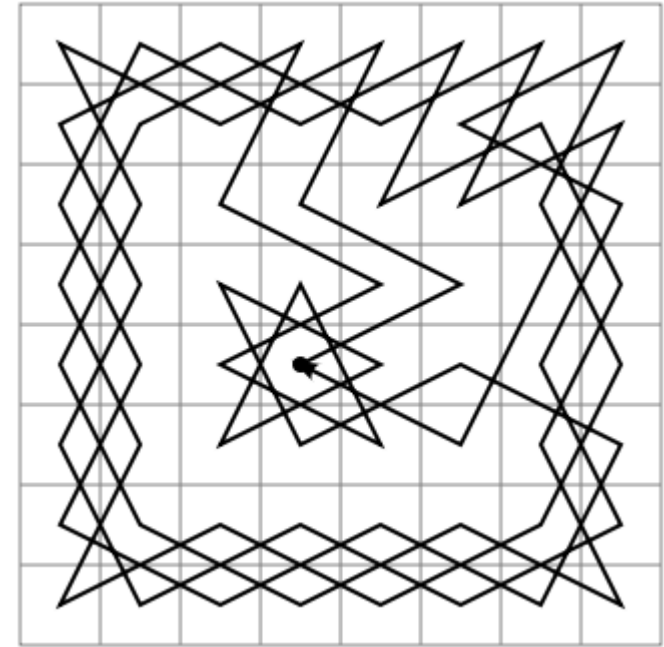


ナイト・ツアーの解

- 何通りか存在する

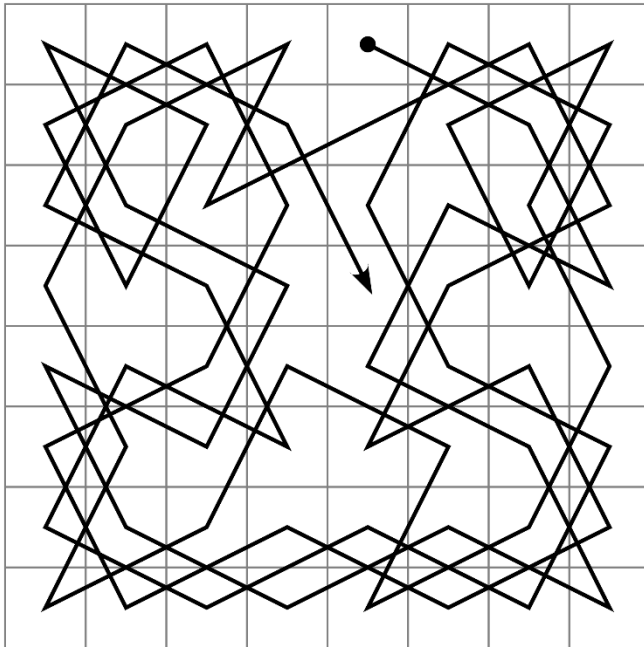


1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

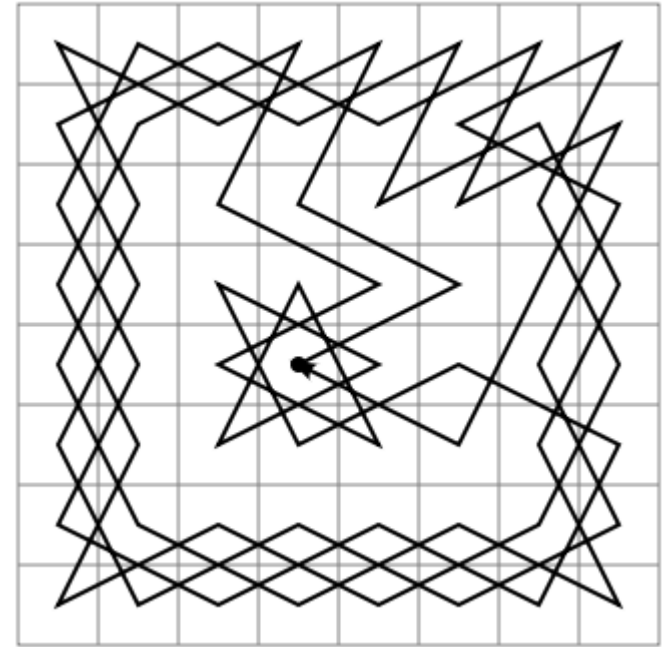


ナイト・ツアーの解

- 何通りか存在する

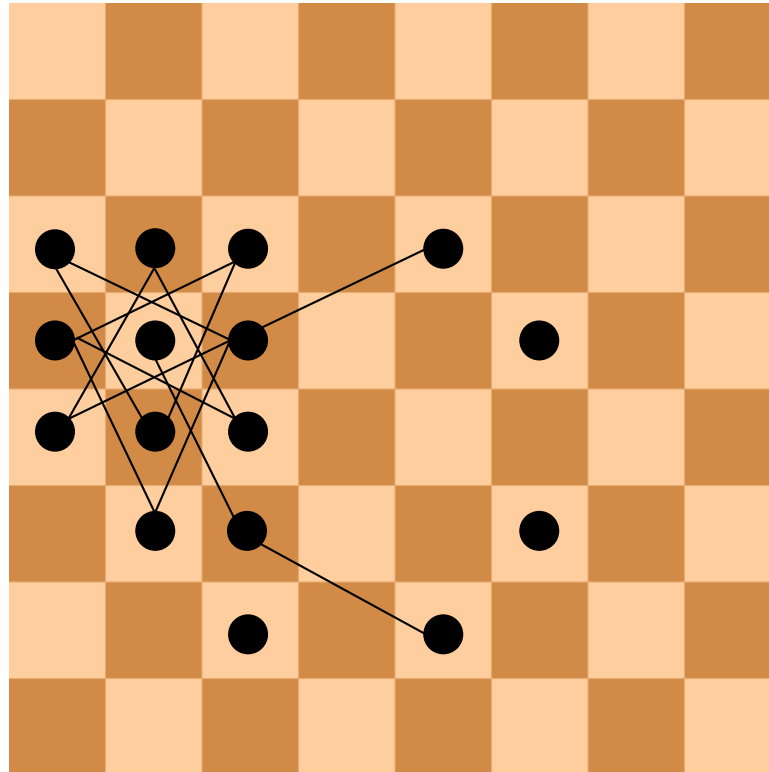


1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11



チェス盤のグラフ化

- マス(マス)を頂点とし、
あるマスからナイトが飛べるマス(マス)を辺でつなぐ。



ハミルトン路・ハミルトン閉路

- ハミルトン路
(すべての頂点を一度ずつ通るルート)
- ハミルトン閉路
(すべての頂点を一度ずつ通って出発点に戻るルート)

ハミルトン路・ハミルトン閉路

- ハミルトン路
(すべての頂点を一度ずつ通るルート)
- ハミルトン閉路
(すべての頂点を一度ずつ通って出発点に戻るルート)



特に定理は存在しない

最短路問題と一筆書き・ナイトツアー

- 距離最小のオイラー路／閉路を探す問題
= 中国人郵便配達問題
→ 効率的なアルゴリズムが存在
- 距離最小のハミルトン路／閉路を探す問題
= 巡回セールスマン問題
→ 難問（ケースバイケースのアルゴリズム）